Вопросы программы вступительного экзамена в аспирантуру по специальности 05.13.18 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

1. Предел числовой последовательности и функции; критерий Коши существования

предела. Непрерывные функции: локальные свойства непрерывных функций; свойства

функций, заданных на отрезке.

2. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ролля, Лагранжа и Коши

о конечных приращениях; формула Тейлора. Применение дифференциального исчисления

к исследованию функций правила Лопиталя.

3. Неопределенный и определенный интеграл, формула Ньютона – Лейбница. Основные

приемы интегрирования.

4. Функции многих переменных: пределы, непрерывность; дифференциал и частные

производные функции многих переменных; производная по направлению;

дифференцирование сложных функций; условный экстремум; теорема о неявном

отображении.

5. Числовые ряды: критерий Коши; признаки сходимости; абсолютная и условная

сходимость; теорема Римана. Функциональные последовательности и ряды: теоремы о

предельном переходе; о непрерывности, почленном интегрировании и

дифференцировании.

6. Степенные ряды, формула Коши – Адамара; непрерывность суммы степенного ряда;

почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Разложение

элементарных функций в степенные ряды.

7. Несобственные интегралы, интегралы, зависящие от параметра; непрерывность,

дифференцирование и интегрирование по параметру; ряд Фурье и интеграл Фурье,

преобразование Фурье.

8. Двойной интеграл и интегралы высшей кратности, замена переменных в кратном

интеграле; несобственные кратные интегралы. Криволинейные и поверхностные

интегралы. Формулы Грина, Остроградского, Стокса.

9. Системы линейных уравнений, ранг матрицы; определители, их свойства. Векторные

пространства; базис и размерность; подпространства; сумма и пересечение

подпространств; прямые суммы.

10. Билинейные и квадратичные формы; приведение квадратичной формы к нормальному

виду; закон инерции; положительно определенные квадратичные формы; критерий

Сильвестра.

11. Линейные операторы; собственные векторы и собственные значения; понятие о

жордановой нормальной форме. Евклидовы векторные пространства, ортонормированные

базисы; процесс ортогонализации; ортогональные матрицы; линейный оператор,

сопряженный к данному, приведение квадратичной формы к главным осям;

ортогональные и унитарные линейные операторы; канонический базис для них.

12. Аффинные и евклидовы аффинные пространства. Движения евклидова пространства;

классификация движений трехмерного пространства; группа невырожденных аффинных

преобразований и группа движений. 13. Векторы: скалярное, векторное и смешанное произведение. Прямая линия и

плоскость. Линии второго порядка: эллипс, гипербола и парабола. Поверхности

второго порядка: эллипсоид; гиперболоид; параболоид; цилиндр; конические сечения.

14. Понятие дифференциального уравнения; поле направлений, решения; интегральные

кривые, векторное поле; фазовые кривые. Уравнения с разделяющимися переменными,

однородные уравнения, линейное уравнение.

15. Задача Коши: теорема существования и единственности решения задачи Коши (для

системы уравнений, для уравнения любого порядка). Фундаментальные системы и общее

решение линейной однородной системы (уравнения); неоднородные линейные системы

(уравнения).

16. Метод вариации постоянных; решение однородных линейных систем и уравнений с

постоянными коэффициентами. Решение неоднородных линейных уравнений с

постоянными коэффициентами и неоднородностями специального вида.

17. Уравнения в частных производных. Классификация уравнений в частных производных

второго порядка. Общие понятия об уравнениях математической физики и их связи с

физическими задачами. Классификация уравнений математической физики.

18. Задачи Коши, Дирихле и Неймана для уравнений математической физики.

19. Методы решения основных задач математической физики. Метод разделения

переменных – метод Фурье. Задача Штурма-Лиувилля. Задача об охлаждении пластины.

20. Основные системы компьютерной математики (СКМ) и их свойства. Общие действия

над числами и выражениями. Приближенное вычисление.

21. Решение линейных и нелинейных алгебраических уравнений в СКМ. Задание

упорядоченных и неупорядоченных списков, работа с ними. Подстановки и упрощения,

конвертирование.

22. Графики кривых и поверхностей, заданных явно и параметрически. Основные опции

двумерной и трехмерной графики. Графики нескольких функций. Объединение графиков

на одном рисунке.

23. Вычисления с векторами и матрицами. Основные векторные операции в СКМ и

операции с матрицами. Решение матричных уравнений.

24. Вычисление кратных производных функций одной и нескольких переменных в СКМ.

Разложение в ряд Тейлора функций одной переменной.

25. Вычисление сумм и рядов в СКМ. Вычислений пределов функций и функциональных

рядов.

24. Вычисление неопределенных и определенных интегралов в СКМ.

26. Задание и общее решение обыкновенных дифференциальных уравнений в СКМ.

Решение задачи Коши в СКМ. Визуализация решений обыкновенных дифференциальных

уравнений и их систем в СКМ.

27 Численное решение задачи Коши для обыкновенных нелинейных дифференциальных

уравнений в СКМ, визуализация решения.

28. Основные элементы документа в пакете LaTeX. Структурирование TEX-документа.

29. Типы математических выражений в LaTeX и способы их форматирования.

30. Таблицы в LaTeX.

31. Импорт графики в LaTeX.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление.

Математика. М.: Едиториал УРСС, 2000. – 320 с.

2. Л.Д. Кудрявцев, Курс математического анализа: учебник для студентов вузов,

обучающихся по естественнонаучным и техническим направлениям и специальностям: В

3т.— Издание 5-е, перераб. и доп.— М.: Дрофа, 2003. Т.1: Дифференциальное и

интегральное исчисление функций одной переменной.—2003.—702 с.

3. А.В. Пантелеев, А.С. Якимова, А.В. Босов. Обыкновенные дифференциальные

уравнения. М.: Вузовская книга. – 2012 . – 188 с.

4. С.Б. Кадомцев. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. М.: ФИЗМАТЛИТ. –

2011. – 168 с.

5. А.С. Бортаковский, А.В. Пантелеев. Практический курс линейной алгебры и

аналитической геометрии (+ CD-ROM). М.: Университетская книга, Логос. Серия: Новая

университетская библиотека. – 2008. – 328 с.

6. Дьяконов В.П. Maple 9.5/10 в математике, физике и образовании. – М.: СОЛОН-Пресс.

– 2006. – 720с.

7. Матросов А.В. Maple 6 решение задач высшей математики и механики. “Питер”,

2001, СПб. – 528 с.

8. Дьяконов В.П. Mathematica 5/6/7. Полное руководство. – М.: ДМК Пресс. – 2009. –

624 с.

9. В.П. Дьяконов. Maple 10/11/12/13/14 в математических расчетах. – Москва: ДМК

Пресс. – 2011. – 800 с.

10. И. Котельников, П. Чеботарев. LaTeX2e по-русски. Новосибирск: Сибирский

хронограф. – 2004. – 496 с.